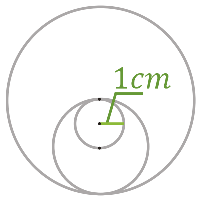
# ZOBACZ PRÓBKĘ ZADAŃ Z ARKUSZY MATURALNYCH MEGAMATMA!

**ZADANIE 1**

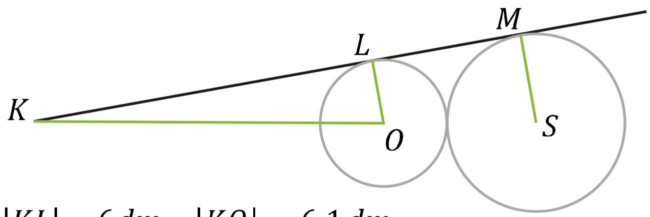
(o stycznej do okręgu)

Jakie długości mają promienie okręgów z rysunków?

a)




b)




$|KL| = 6dm \quad |KO| = 6{,}1\,dm$

**STOP**

Skorzystamy z twierdzenia:

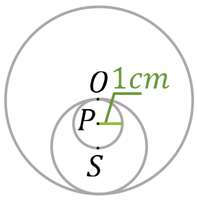
Dwie proste prostopadłe do trzeciej są równoległe.



**ZADANIE 1**
**ROZWIĄZANIE**

Rozwiązanie:

a) wprowadźmy oznaczenia






$P$ i $c$ – środek i promień najmniejszego okręgu

$S$ i $b$ – środek i promień średniego okręgu

$O$ i $a$ – środek i promień największego okręgu

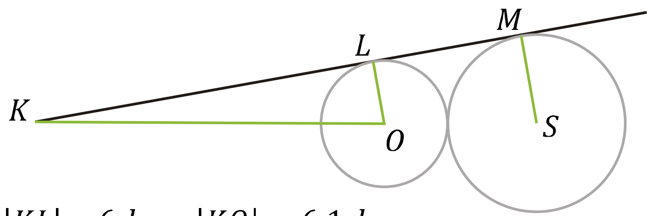
Wiemy, że $c = 1cm$ oraz $a = 2b,\ b = 2c$

Obliczamy $a$ i $b$

$b = 2c = 2 \cdot 1 = 2\ [cm]$
$a = 2b = 2 \cdot 2 = 4\ [cm]$

b) prosta $KL$ jest wspólną styczną okręgów $o(O, |OL|)$ i $o(S, |SM|)$ zatem $KL \perp LO$ i $KM \perp MS$

a stąd wynika, że $LO \parallel MS$ i trójkąt $KLO$ prostokątny




$|KL| = 6dm \quad |KO| = 6{,}1\,dm$

$|KL|^2 + |LO|^2 = |KO|^2$

$6^2 + |LO|^2 = (6{,}1)^2$

$|LO|^2 = 37{,}21 - 36$

$|LO|^2 = 1{,}21$

$|LO| = 1{,}1\ [dm]$, bo $-1{,}1$ odrzucamy

**Wykorzystaj wszystkie informacje z zadania i przeprowadź logiczny tok rozumowania**

Obliczamy $|MS|$

Punkt styczności okręgów oznaczmy literą $\mathrm{N}$

$|ON| = |LO| = 1{,}1\ dm$ i $|NS| = |MS|$

$|KS| = |KO| + |ON| + |NS| = 6{,}1 + 1{,}1 + |MS| = (7{,}2 + |MS|)\ [dm]$

korzystamy z twierdzenia Talesa lub podobieństwa trójkątów $KLO$ i $KSM$

$$\frac{|LO|}{|KO|} = \frac{|MS|}{|KS|}$$

$$\frac{1{,}1}{6{,}1} = \frac{|MS|}{7{,}2 + |MS|}$$

$7{,}92 + 1{,}1|MS| = 6{,}1|MS|$

$5|MS| = 7{,}92$

$|MS| = 1{,}584\ [dm]$

**ODP.** Promienie okręgów z rysunków mają długości: a) $2cm$ i $4cm$ b) $1{,}1dm$ i $1{,}584dm$

## ZADANIE 2

(zastosowanie modelu funkcji wykładniczej)

Stężenie pewnego leku w organizmie człowieka może być opisane następującym modelem wykładniczym $s(t) = s_0 a^t$, gdzie $t$ jest, mierzonym w godzinach czasem, który upłynął od podania lekarstwa, zaś $s_0$ jest stężeniem leku w chwili podania (dla $t = 0$). Stwierdzono, że po 4 godzinach stężenie tego leku maleje o 51%.

a) Oblicz wartość podstawy $a$ funkcji wykładniczej.

b) O ile procent spadnie stężenie po jednej godzinie od jego podania, a o ile po dwóch godzinach?

## ZADANIE 2
### ROZWIĄZANIE

W ciągu 4 godzin stężenie $s_0$ maleje o 51%, zatem w organizmie ludzkim pozostanie jeszcze leku o stężeniu $100\% - 51\% = 49\%$.

**Zadania i rozwiązania przygotowane zgodnie z nową podstawą programową i wymaganiami CKE!**

a) Korzystamy ze wzoru

$s(t) = s_0 a^t$

$s(4) = s_0 \cdot a^4$

Korzystamy z informacji o stężeniu procentowym leku po 4 godzinach

$s(4) = 0{,}49 \cdot s_0$

$s_0 \cdot a^4 = 0{,}49 \cdot s_0$

$a^4 = 0{,}49$

$a^2 = 0{,}7$

$a \approx 0{,}84$

b) Funkcja jest więc postaci $s(t) = s_0 \cdot 0{,}84^t$.

Po godzinie stężenie leku jest równe

$s(1) = s_0 \cdot 0{,}84^1$

Liczba $s(1)$ jest oczywiście mniejsza niż $s_0$, następuje spadek $s_0 - s(1)$, który podajemy jako część liczby $s_0$ w procentach.

Spadek procentowy po godzinie wynosi

$$p = \frac{s_0 - s(1)}{s_0} \cdot 100\%$$

$$p = \frac{s_0 - 0{,}84 s_0}{s_0} \cdot 100\%$$

$$p = 0{,}16 \cdot 100\%$$

$$p = 16\%$$

Po dwóch godzinach stężenie leku jest równe

$s(2) = s_0 \cdot 0{,}84^2$

$s(2) = 0{,}7 s_0$

Spadek procentowy po dwóch godzinach wynosi

$$p = \frac{s_0 - s(2)}{s_0} \cdot 100\%$$

$$p = \frac{s_0 - 0{,}7 s_0}{s_0} \cdot 100\%$$

$$p = 0{,}3 \cdot 100\%$$

$$p = 30\%.$$

**Zawsze pamiętaj wpisać odpowiedź**

**ODP.** Po godzinie stężenie leku spadło o 16%, a po dwóch godzinach o 30%.

**ZADANIE 3**

(zastosowanie trygonometrii)

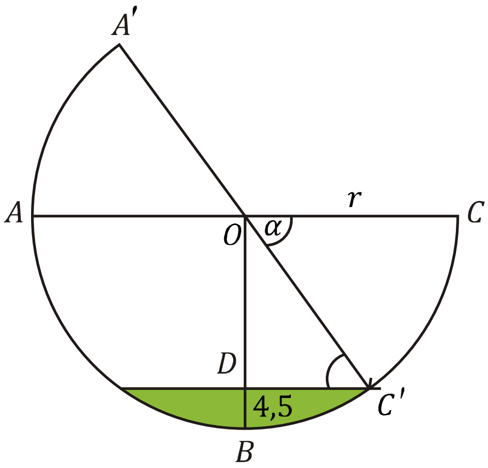
Do klosza w kształcie półkuli o średnicy 24cm dostała się woda na wysokość 4,5cm.

O jaki kąt przechylić klosz, aby zaczęły wypływać pierwsze krople wody?

**Nasze zadania napisali egzaminatorzy i nauczyciele matematyki!**

**ZADANIE 3**

**ROZWIĄZANIE**




Na rysunku przedstawiono przekrój klosza z zaznaczonym kątem obrotu. Jeśli klosz przechylimy z pozycji $AC$ do $A'C'$, to kąt nachylenia klosza pod jakim woda zacznie wypływać jest większy od $\alpha$, $\alpha \in (0^0;\ 90^0)$. Kąt $DOC'$ ma miarę $90^\circ - \alpha$, zatem miara kąta $|\sphericalangle DC'O| = \alpha$.

$r = 12 \quad |OD| = 12 - 4{,}5 = 7{,}5 \quad |OC'| = 12$

$$sin\alpha = \frac{|OD|}{|OC'|} = \frac{7{,}5}{12} = 0{,}625$$

Skorzystaj z tablic wartości funkcji sinus lub z kalkulatora:

$sin\alpha = 0{,}625$

$\alpha = 38^\circ 42'$

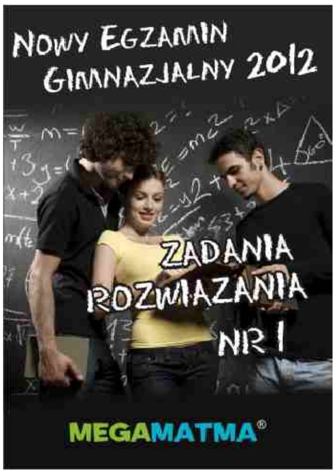
**ODP.** Większy niż kąt o mierze $38^\circ 42'$.

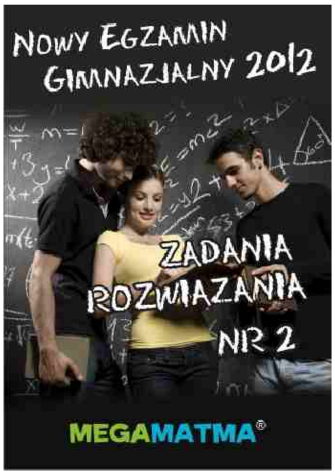









DOSTĘPNE RÓWNIEŻ

ISBN 978-83-63410-12-4

www.MEGAMATMA.pl